問1　次の計算をした結果として正しいものを，それぞれあとの１～４の中から１つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ア)　$-1-(-7)$

１．-8　　２．-6　　３．6　　４．8

(イ)　$-\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$

１．$-\frac{13}{14}$　　２．$-\frac{1}{14}$　　３．$\frac{1}{14}$　　４．$\frac{13}{14}$

(ウ)　$12ab^2\times 6a\div(-3b)$

１．$-24a^2b$　　２．$-24ab^2$　　３．$24a^2b$　　４．$24ab^2$

(エ)　$\frac{3x+2y}{7}-\frac{2x-y}{5}$

１．$\frac{x-17y}{35}$　　２．$\frac{x-3y}{35}$　　３．$\frac{x+3y}{35}$　　４．$\frac{x+17y}{35}$

(オ)　$(\sqrt{6}+5)^2-5(\sqrt{6}+5)$

１．$6-5\sqrt{6}$　　２．$6+5\sqrt{6}$　　３．$6+10\sqrt{6}$　　４．$6+15\sqrt{6}$

問1　次の計算をした結果として正しいものを、それぞれあとの1～4の中から1つずつ選び、その番号を答えなさい。

（ア）　$-1-(-7)$

正の数、負の数をひくことは、その数の符号を変えて加えることと同じなので、—7を＋7に変えて、たし算をする。

—1＋7　＝6

6なので、答えは　3.

（イ）　$-\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$

通分して、計算

$=\frac{-3x2+1x7}{7x2}$

$\frac{1}{14}$　なので、答えは　3.

（ウ）　$12ab^{2}\times 6a\div(-3b)$

かけ算と割り算なので、左から順に計算

$=72a^2b^2\div(-3b)$　$=-24a^2b$

＜別な解き方＞　要素ごとに計算

12　x　6　÷　—3　＝　—24

a要素：　2乗　＝　a^{2}

b要素：　$b^{2-1}=b^{1}$

$-24a^{2}b$

$-24a^2b$　なので、答えは　1.

（エ） $\dfrac{3x+2y}{7} - \dfrac{2x-y}{5}$

分数の引き算なので、通分して計算

$$= \frac{5(3x+2y)-7(2x-y)}{35} = \frac{15x+10y-14x+7y}{35} = \frac{x+17y}{35}$$

＜別な解き方＞ x要素、y要素別に計算

$$\frac{(15-14)x+(10+7)y}{7\times5} = \frac{x+17y}{35}$$

$\dfrac{x+17y}{35}$ なので、 答えは 4.

（オ）$(\sqrt{6}+5)^2 - 5(\sqrt{6}+5)$

$(a+b)^2$を展開して、計算

$= \sqrt{6}^2 + 2\times\sqrt{6}\times5 + 5^2 - 5(\sqrt{6}+5)$

$= 6 + 10\sqrt{6} + 25 - 5\sqrt{6} - 25$

$= 6 + 5\sqrt{6}$

＜別の解き方＞ $\sqrt{6}+5$に着目して、くくる

$$\left(\sqrt{6}+5\right)\left\{\left(\sqrt{6}+5\right)-5\right\}$$

$\left\{(\sqrt{6}+5)-5\right\}$の部分は、$\sqrt{6}$ になるので、

$$=\left(\sqrt{6}+5\right)\left(\sqrt{6}\right)=6+5\sqrt{6}$$

$6+5\sqrt{6}$ なので、答えは 2.

問２　次の問いに対する答えとして正しいものを，それぞれあとの１～４の中から１つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ア)　$(x-5)(x+3)-2x+10$ を因数分解しなさい。

１．$(x-3)(x+3)$　　２．$(x-5)(x+1)$　　３．$(x-5)(x+5)$　　４．$(x+5)(x-1)$

(イ)　２次方程式 $7x^2+2x-1=0$ を解きなさい。

１．$x=\frac{-1\pm2\sqrt{2}}{7}$　　２．$x=\frac{-1\pm4\sqrt{2}}{7}$　　３．$x=\frac{1\pm2\sqrt{2}}{7}$　　４．$x=\frac{1\pm4\sqrt{2}}{7}$

(ウ)　関数 $y=-2x^2$ について，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

１．-8　　２．-4　　３．4　　４．8

(エ)　十の位の数が４である３桁の自然数がある。この自然数の，百の位の数と一の位の数の和は10であり，百の位の数と一の位の数を入れかえた数はこの自然数より396大きい。
　このとき，この自然数の一の位の数を求めなさい。

１．6　　２．7　　３．8　　４．9

(オ)　$\frac{3780}{n}$ が自然数の平方となるような，最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

１．$n=35$　　２．$n=70$　　３．$n=105$　　４．$n=210$

問2

（ア）　$(x-5)(x+3)-2x+10$ を因数分解しなさい。

＜見通し＞　前半部分を展開後、計算、そして、因数に分解

$$= x^2+3x-5x-15-2x+10 = x^2-4x-5 = (x-5)(x+1)$$

＜別の解き方＞　x－5を作って、それでくくる

$(x-5)(x+3)-2$（x－5）＝（x－5）（x＋3—2）＝ $(x-5)(x+1)$

$(x-5)(x+1)$ なので、 答えは

（イ）　2 次方程式　$7x^2$＋2x－１＝０ を解きなさい。

＜見通し＞　因数分解できないので、根の公式で計算

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

＜計算＞ $= \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4x7x1}}{2x7} = \frac{-2\pm\sqrt{4+28}}{14} = \frac{-2\pm\sqrt{32}}{14} = \frac{-2\pm\sqrt{16x2}}{14} = \frac{-2\pm 4\sqrt{2}}{2x7}$

$= \frac{-1\pm 2\sqrt{2}}{7}$

＜別の解き方＞　bが偶数の時、 $\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

a＝7,　b（bは2で割るb’）＝2÷2=1　 c=−1

$$\frac{-1\pm\sqrt{1^2-(7 \times -1)}}{7} = \frac{-1\pm\sqrt{1+7}}{7} = \frac{-1\pm 2\sqrt{2}}{7}$$

$\frac{-1\pm 2\sqrt{2}}{7}$ なので、 答えは　1.

（ウ）　関数 $y = -2x^2$ について、xの値が－3から－1まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

＜見通し＞

●変化の割合だから、$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

●表

xの値	yの値
−1	−2
−3	−18

＜計算＞

$$\frac{-2-(-18)}{-1-(-3)} = \frac{16}{2} = 8$$

8なので、 答えは 4.

（エ） 十の位の数が4である3桁の自然数がある。この自然数の、百の位の数と一の位の数の和は10であり、百の位の数と一の位の数を入れかえた数はこの自然数より396大きい。

　このとき、この自然数の一の位の数を求めなさい。

＜見通し＞

●〇〇桁の自然数は、たとえば、3桁なら、

100a ＋ 10b ＋ c とあらわす。

このばあいは、10の位がわかっているので、

100a ＋ 40 ＋ c

●2つの条件を式にする

a ＋ c ＝ 10 ‥ 1式

100c ＋ 40 ＋ a ＝ 100a ＋ 40 ＋ c ＋396 ‥ 2式

＜計算する＞

2式を計算すると、

―99a ＋ 99c ＝ 396 ‥ 3式

3式を99で約分すると、

―a ＋ c ＝ 4 ‥ 4式

cを求めたいので、1式＋4式

2c ＝ 14 c＝7

c＝7なので、 答えは 2.

（オ） $\frac{3780}{n}$ が自然数の平方となるような、最も小さい自然数nの値を求めなさい。

＜見通し＞

- $\frac{3780}{n}$ ＝ a^2 あるいは(a^2b^2)など、平方（2乗）のペアを探す・
- a^2b^2 は指数法則$(a^n \times b^n) = (ab)^n$
- 約数をみつけるのだから、素因数分解

＜計算＞

- 3780を素因数分解する。
  $3780 = 2^2 \times 3^2 \times 3 \times 5 \times 7$
- $2^2 \times 3^2$ の部分が商の答えの部分
- $3 \times 5 \times 7$ の部分が n の部分
- $\frac{3780}{3x5x7} = 6^2$
- nは 3 x 5 x 7 = 105 なので、 答えは ３.

問３　次の問いに答えなさい。

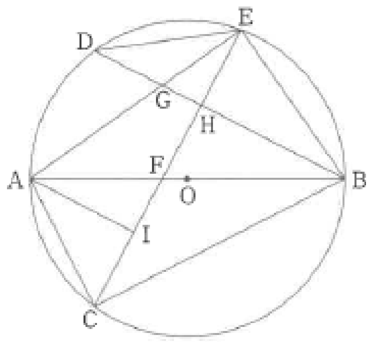
(ア)　右の図１のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cを，AC＜BCとなるようにとり，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上に点Dを，∠ABC＝∠ABDとなるようにとる。

また，点Aを含まない$\overset{\frown}{BD}$上に，2点B，Dとは異なる点Eをとり，線分ABと線分CEとの交点をF，線分AEと線分BDとの交点をG，線分BDと線分CEとの交点をHとする。

さらに，線分CE上に点Iを，DB∥AIとなるようにとる。

このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

図１



(i)　三角形AIFと三角形EHGが相似であることを次のように証明した。(a)～(c)に最も適するものを，それぞれ選択肢の1～4の中から1つずつ選び，その番号を答えなさい。

［証明］

△AIFと△EHGにおいて，

まず，DB∥AIより，平行線の同位角は等しいから，

(a)

よって，∠AIF＝∠EHG　……①

次に，仮定より，

∠ABC＝∠ABD　……②

また，$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから，

∠ABC＝∠AEC　……③

さらに，DB∥AIより，平行線の錯角は等しいから，

(b)　……④

②，③，④より，∠AEC＝∠BAI

よって，∠FAI＝∠GEH　……⑤

①，⑤より，(c)から，

△AIF∽△EHG

(a)，(b)の選択肢

1．∠ABD＝∠BAI
2．∠AIE＝∠BHC
3．∠AIE＝∠DHE
4．∠EAI＝∠EGB

(c)の選択肢

1．1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
2．2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
3．3組の辺の比がすべて等しい
4．2組の角がそれぞれ等しい

(ii)　次の□の中の「あ」「い」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

∠BDE＝35°，∠DBE＝28°のとき，∠CAIの大きさは$\boxed{あい}$°である。

問3（ア）

<問題文の要旨と追記>

● 線分ABは直径
● AC<BC
● ∠ABC ＝ ∠ABD
● DB // AI

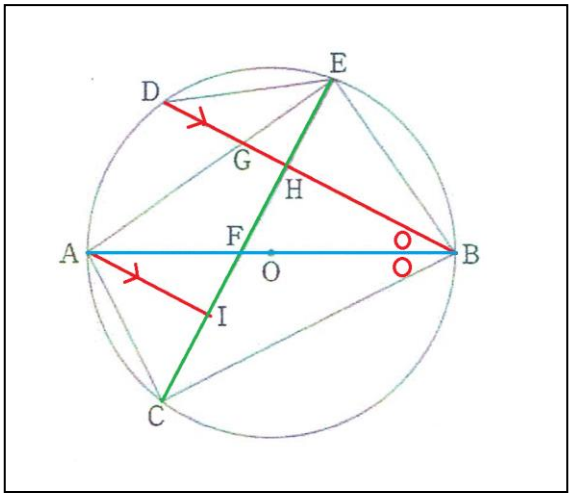
問題（i）

△AIFと△EHGが相似であることを次のように証明した。
（A）～（C）に最も適するものを、選択肢1～4から選べ。

<見通し>

● 相似の証明問題で、長さが提示されていないので、角度のみでの証明
● 角度しかわからないので、2組の角度がそれぞれ等しいことを証明する
● 角度に関することなら、平行線と同位角・錯角を利用する

平行線： DB // AI
同位角： CEを参考に探す
錯角： ABを参考に探す



＜計算・解答＞

(a)の解答は、DB ／／ AIで同位角ということであるから、
DB、AIと交わるCEで探す。
答え： 3の∠AIE ＝ ∠DHE

(b)の解答は、DB ／／ AIで錯角ということであるから、
DB、AIとZ(ゼット)の形で交わるABで探す。
答え： 1の∠ABD ＝ ∠BAI

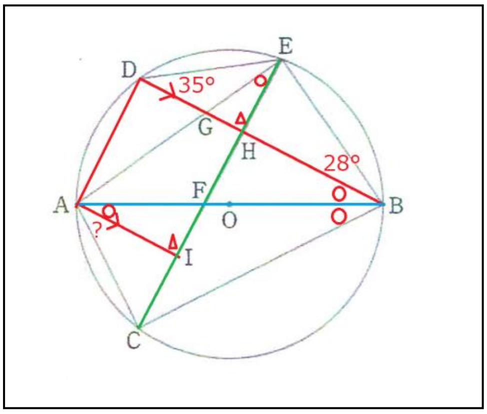
(c)の解答は、「2組の角がそれぞれ等しい」からという理由で、相似を証明したので
答え： 4の2組の角がそれぞれ等しいから

問題(ⅱ)

次の□の中の「あ」「い」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び、その数字で答えなさい。
∠BDE＝35°、∠DBE＝28° のとき、∠CAIの大きさは「あい」である。

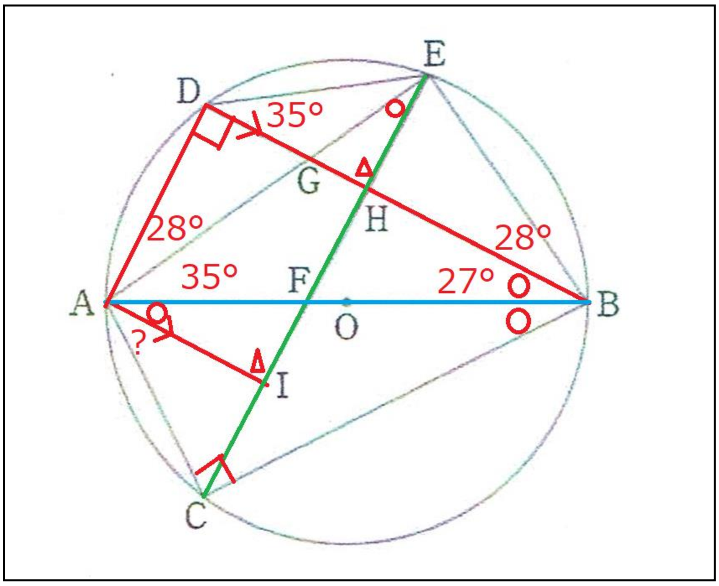
＜見通し＞

● 問題(ⅰ)ですでに求めた同位角や錯角の関係で等しいとわかっている角
あるいは、今回与えられた角度の円周角
さらに、補助線ADを引けば直径の円周角なども利用できる。
● とりあえず、わかる角を次々探す。



＜計算・解答＞

- 直径の円周角で∠ACB＝90°
- あと、∠FAIか∠ABCか∠ABDがわかれば解答できる
- 補助線ADを引くことで、∠ADB＝90°（直径の円周角）
- BEの円周角で∠BAE＝35°
- DEの円周角で∠DAE＝28°
- よって、∠ABDは△ABDを使って
  ｛180－（90＋35＋28）｝＝27° とわかる。
- ∠CAIは、△ABCを使って、
  ｛180－（90＋27＋27）｝＝36° と求まる。
- 答え： あ：3、い：6



(イ) ある中学校で１学年から３学年まであわせて10クラスの生徒が集まり生徒総会を開催した。生徒総会では生徒会から３つの議案X，Y，Zが提出され，それぞれの議案について採決を行った。

右の資料１は議案Xに賛成した人数を，資料２は議案Yに賛成した人数を，それぞれクラスごとに記録したものである。資料３は議案Zに賛成した人数をクラスごとに記録し，その記録の平均値，中央値，四分位範囲をまとめたものである。

このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

資料１　　　　（単位：人）

19	21	13	17	25
24	17	17	23	14

資料２　　　　（単位：人）

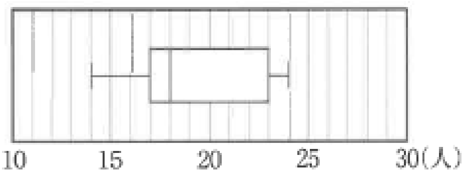
20	26	19	27	25
24	20	15	24	20

資料３　（単位：人）

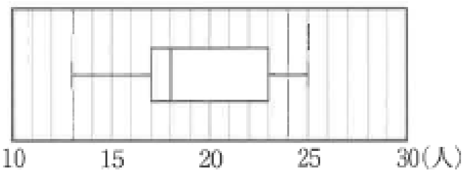
平均値	23
中央値	21
四分位範囲	6

(i) 資料１の記録を箱ひげ図に表したものとして最も適するものを次の１～４の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

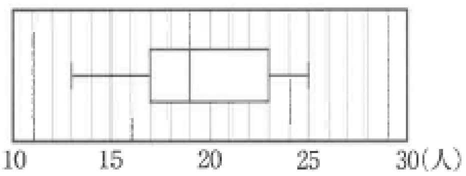
1.



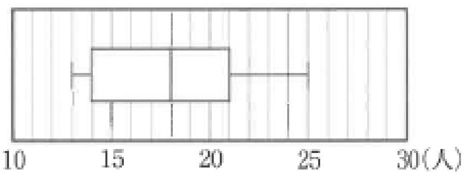
2.



3.



4.



(ii) 資料２と資料３から読み取れることがらを，次のＡ～Ｄの中からすべて選んだときの組み合わせとして最も適するものをあとの１～６の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

Ａ．議案Ｙに賛成した人数の最頻値は20人である。

Ｂ．賛成した人数の合計は，議案Ｚより議案Ｙの方が多い。

Ｃ．賛成した人数の中央値は，議案Ｚより議案Ｙの方が大きい。

Ｄ．賛成した人数の四分位範囲は，議案Ｚより議案Ｙの方が小さい。

1． Ａ，Ｂ　　**2．** Ａ，Ｃ　　**3．** Ｂ，Ｄ

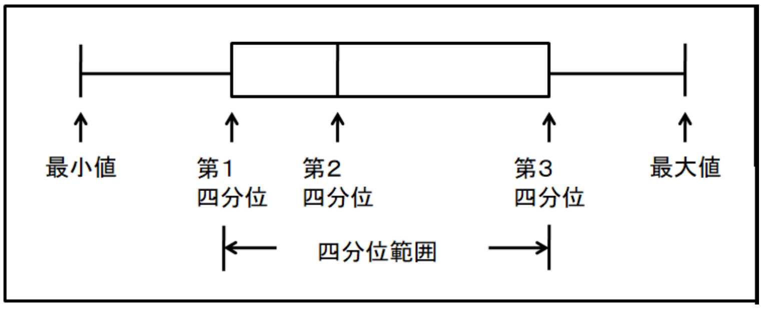
4． Ｃ，Ｄ　　**5．** Ａ，Ｂ，Ｃ　　**6．** Ａ，Ｃ，Ｄ

問3（イ）

（ｉ） 資料1の記録を箱ひげ図に表したものとして最も適するものを次の1～4の中から選び、その番号を答えなさい。

＜見通し＞

● 適切な箱ひげ図を見つける問題なので、箱ひげ図が表す内容を確認する。



● 箱ひげ図の作り方

1. データを小さい順に並べる
2. 最小値と最大値を記入
3. 各四分位を記入

（1）第1四分位　前半部分の中央値（データが奇数個の時は中央値を外す）

（2）第2四分位　データ全体の中央値（データが偶数個の時は、前後の平均）

（3）第3四分位　後半部分の中央値（データが奇数個の時は中央値を外す）

＜計算・解答＞

● データを小さい順に並べてみる

13　14　17　17　17　19　21　23　24　25

● 最小値：13、最大値：25

● 第1四分位：17

● 第2四分位：18　$\left(\frac{17+19}{2}\right)$

● 第3四分位：23

● 答え：2

問3（イ）（ⅱ）

資料2と資料3から読み取れることがらを、次のA～Dの中からすべて選んだときの組み合わせとして最も適するものをあとの1～6の中から1つ選び、その番号を答えなさい。

＜見通し＞

● 時間のかからないものから確認する

＜計算・解答＞

● A：議案Yに賛成した人数の最頻値が20人なので〇。

10 個データを並べれば、確認できる

15　19　20　20　20　‥　〇

● B：賛成した人数　議案Z　＜　議案Y

議案Yを合計するのはちょっと大変なので、確認は後回し。

● C：資料2を並べれて、簡単な計算で確認できる。

15　19　20　20　20　24　24　25　26　27

議案Yの中央値：$\frac{20+24}{2}$＝22　＞　議案Zの中央値：21　‥　〇

● D：賛成した人数の四分位範囲　議案Y＜議案Z

議案Yの第1四分位：20　第3四分位：25　四分位範囲：5

議案Z：6　＞　議案Y：5　　‥　〇

答え：　6　　A，C，D

● 偶然、面倒なBを検証せずに解答できたが、Bを計算する場合

合計するのではなく、資料3の平均と資料2の各値の差をみることで判断できる

											計
資料2	20	26	19	27	25	24	20	15	24	20	
資料3との差	—3	＋3	—4	＋4	＋2	＋1	—3	—8	＋1	—3	—21 ＋11

あきらかにマイナスのほうが多いので、資料Yの人数のほうが少ないのでBは×。

(ウ) 学校から駅までの道のりは2400mであり，その途中にかもめ図書館といちょう図書館がある。Aさんと B さんは 16 時に学校を出発し，それぞれが図書館に立ち寄ってから駅まで移動する中で一度すれ違ったが，駅には同時に到着した。

Aさんは，かもめ図書館に5分間立ち寄って本を借り，駅まで移動した。Bさんは，いちょう図書館に15分間立ち寄って借りたい本を探したが見つからなかったため道を引き返し，かもめ図書館に5分間立ち寄って本を借り，駅まで移動した。

次の図2は，学校，かもめ図書館，いちょう図書館，駅の間の道のりを示したものである。図3は，16時に学校を出発してからx分後の，学校からの道のりをymとして，Aさんが駅に到着するまでのxとyの関係をグラフに表したものであり，Oは原点である。

このとき，AさんとBさんがすれ違った時間帯として最も適するものをあとの**1**～**6**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。ただし，AさんとBさんの，それぞれの移動中の速さは常に一定であり，図書館での移動は考えないものとする。

図2

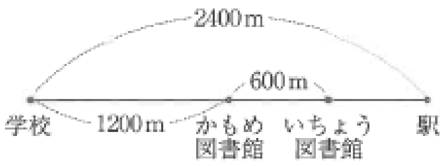
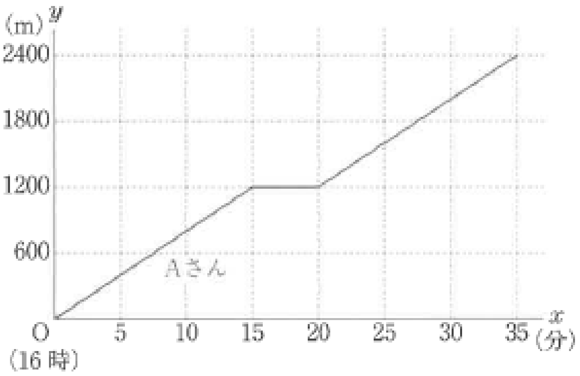


図3



1．16時19分から16時21分までの間
2．16時21分から16時23分までの間
3．16時23分から16時25分までの間
4．16時25分から16時27分までの間
5．16時27分から16時29分までの間
6．16時29分から16時31分までの間

問3（ウ）

＜問題文の要旨と追記＞

●　Aさん

学校　→　かもめ（＋5分）　→　駅

●　Bさん

学校　→　いちょう（＋15）　→　かもめ（＋5）　→　駅

●　途中すれちがい（いちょうとかもめの間）、学校には同時に到着。

●　すれちがった時間帯は1～6のどれか

●　速さ一定

＜見通し＞

●　速度　＝　距離　÷　時間

＜計算・解答＞

●　Aさんの速度

グラフから15分かかって、1200mだから、$\frac{1200}{15}$ ＝80m／分

●　Bさんの速度

$\frac{(1200+600+600+1200)}{15}$ ＝　240m／分

●　Bさんのいちょう出発時間

$\frac{1800}{240}+15=22.5$

●　Bさんのかもめ到着時間

$\frac{600}{240}=2.5$

●　すれ違いの時間帯

16時22分50～16時25分

答え：　3　16時23分から16時25分までの間

(エ) 次の□の中の「う」「え」にあてはまる数字をそれぞれ０～９の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

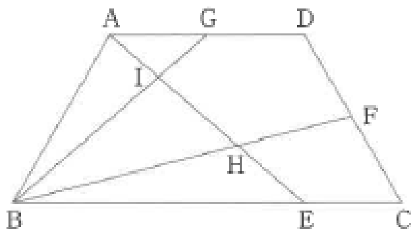
右の図４において，四角形ABCDはAB＝CD＝DA，AB：BC＝１：２の台形である。

また，点Eは辺BC上の点でBE：EC＝３：１であり，２点F，Gはそれぞれ辺CD，DAの中点である。

さらに，線分AEと線分BFとの交点をH，線分AEと線分BGとの交点をIとする。

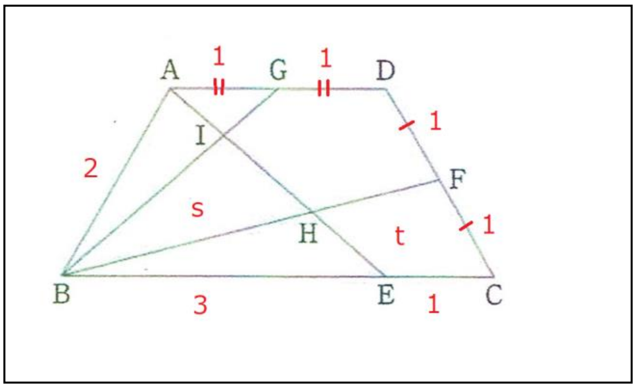
三角形BHIの面積をS，四角形CFHEの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表すと，S：T＝［う］：［え］である。

図４



＜問題文の解釈と図への追記＞

● 結局、BE＝３、CE＝１、CF＝DF＝AG＝DG＝１、AB＝２



＜見通し＞

● ぱっとみ、求める三角形BHIと四角形CFHEは
三角形BEIと三角形BCFから、共通の三角形BEHを引いたものになっている。

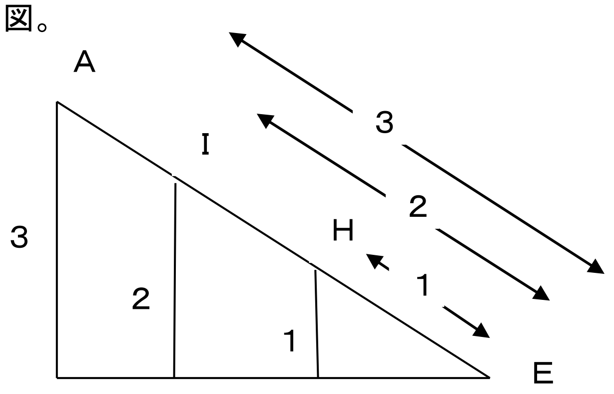
● 上記3つの三角形は、底辺がわかっているので、問題は高さ。

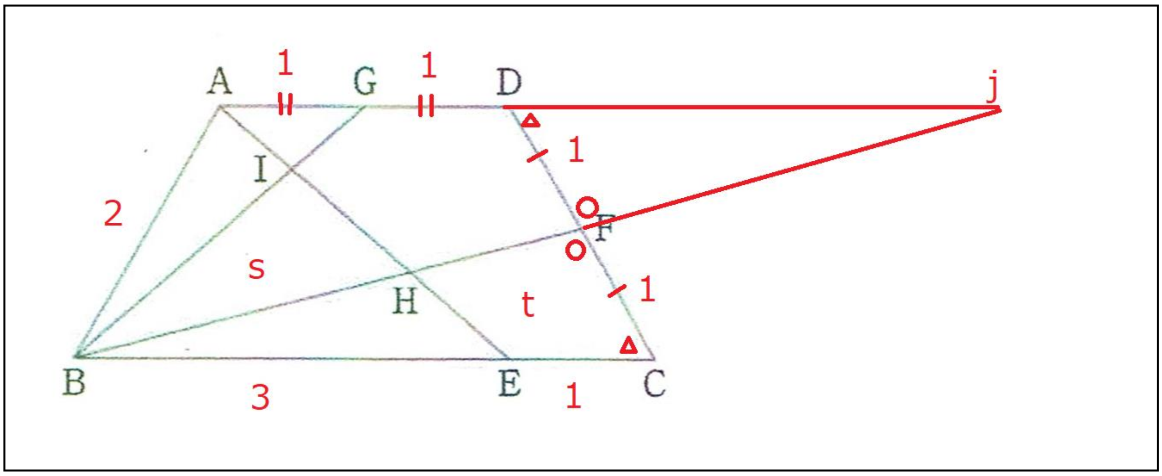
● 四角形ABCDは台形だから、AD//BC
なので、同位角、錯角が利用できる
AE、BGとBF（補助線）が利用できる。

● △AIG と △BIEは相似になりそう。
そうすると、AG：BEが1：3だから、AI：EIがわかる。

● また、ADの延長、BFの延長させてできた三角形△JDFと△BCFは（1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）から合同なので、DJが4とわかる。
さらに、△JAHと△BEHが相似になりそうなので、AH：EHがわかる。

● AI：EIとAH：EHの連比をとけば、高さがわかる。
つまり、下図。





＜計算・解答＞

● △AIG ∽ △EIB （2組の角がそれぞれ錯角で等しい）

∠GAI＝∠BEI、∠AGI＝∠EBI

比はAG＝1：EB＝3なので、AI：IE＝1：3　・・ 1式

● ADとBFをそれぞれ延長して補助線とし、交点をJとする。

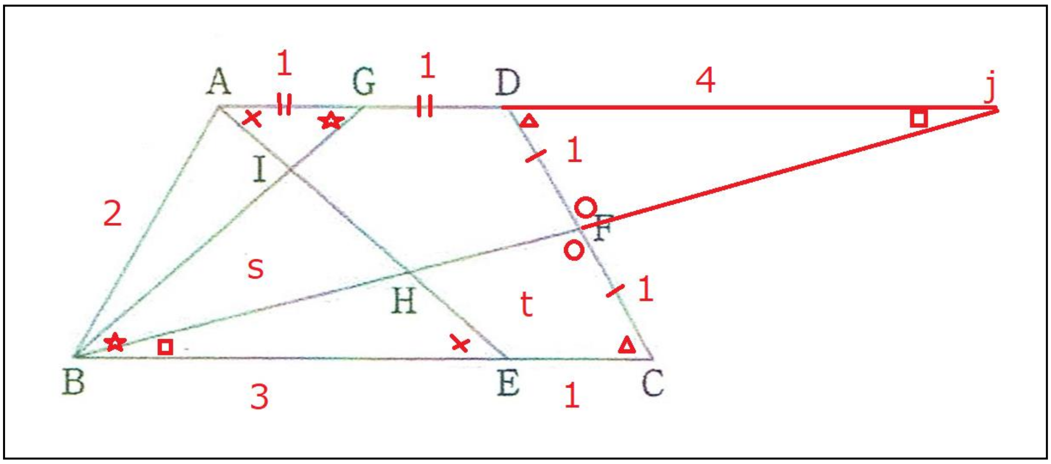
● △BCF ≡ △JDF （1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）から、

DJ＝4

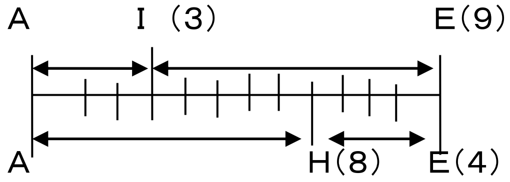
● △BEH ∽ △JAH （2組の角がそれぞれ等しい）

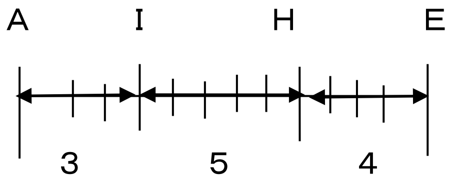
∠BEH＝JAH、∠EBH＝AJH

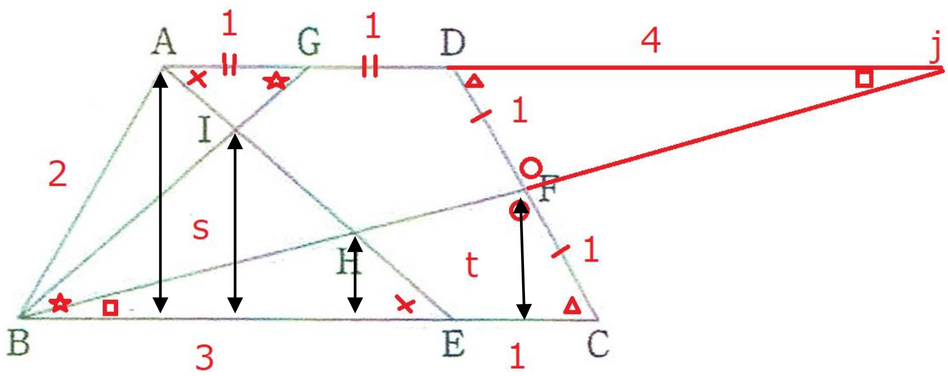
AH：EHは、AJ：BEが＝6：3 だから、2：1 ・・ 2式



● １式と２式は4等分と3等分の比だから、最小公倍数の12で連比を解く







● 底辺の長さと高さが分かったので、△BHI(S)の面積を求める

● △BHI(S)は

△BEI(底辺:3, 高さ:9)—△BEH(底辺:3、高さ:4)

$$\triangle BHI(S) = \frac{3\times 9}{2} - \frac{3x4}{2} = \frac{27-12}{2} = \frac{15}{2}$$ ‥ １式

● 四角形CFHEの面積(T)を求める

△BCF(底辺:4、高さ:6） ー △BEH(底辺:3、高さ:4)

$$\frac{4x6}{2} - \frac{3x4}{2} = \frac{24-12}{2} = \frac{12}{2}$$ ‥ 2式

※△BCFの高さ:6は、12の中点だから。

● SとTの面積比は、1式と2式から、

$$\frac{15}{2}:\frac{12}{2} = 15:12 = 5:4$$ う:5、え:4

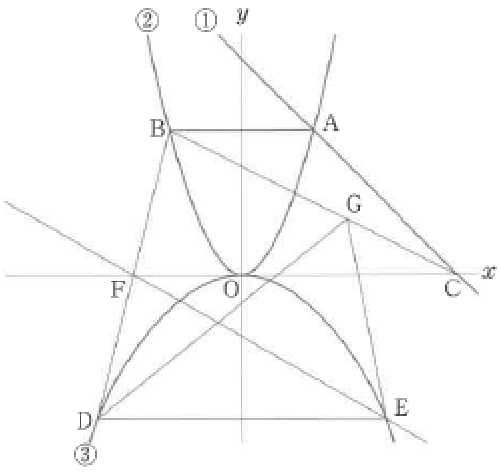
問4　右の図において，直線①は関数 $y=-x+9$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=-\frac{1}{6}x^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その x 座標は3である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは x 軸に平行である。点Cは直線①と x 軸との交点である。

また，2点D，Eは曲線③上の点で，点Dの x 座標は-6であり，線分DEは x 軸に平行である。

さらに，点Fは線分BDと x 軸との交点である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。



(ア)　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値として正しいものを次の**1**～**6**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1．$a=\frac{1}{4}$　　**2**．$a=\frac{1}{3}$　　**3**．$a=\frac{2}{5}$

4．$a=\frac{1}{2}$　　**5**．$a=\frac{2}{3}$　　**6**．$a=\frac{3}{4}$

(イ)　直線EFの式を $y=mx+n$ とするときの(i) m の値と，(ii) n の値として正しいものを，それぞれ次の**1**～**6**の中から1つずつ選び，その番号を答えなさい。

(i)　m の値

1．$m=-\frac{5}{6}$　　**2**．$m=-\frac{5}{7}$　　**3**．$m=-\frac{2}{3}$

4．$m=-\frac{4}{7}$　　**5**．$m=-\frac{1}{3}$　　**6**．$m=-\frac{1}{6}$

(ii)　n の値

1．$n=-\frac{18}{7}$　　**2**．$n=-\frac{5}{2}$　　**3**．$n=-\frac{7}{3}$

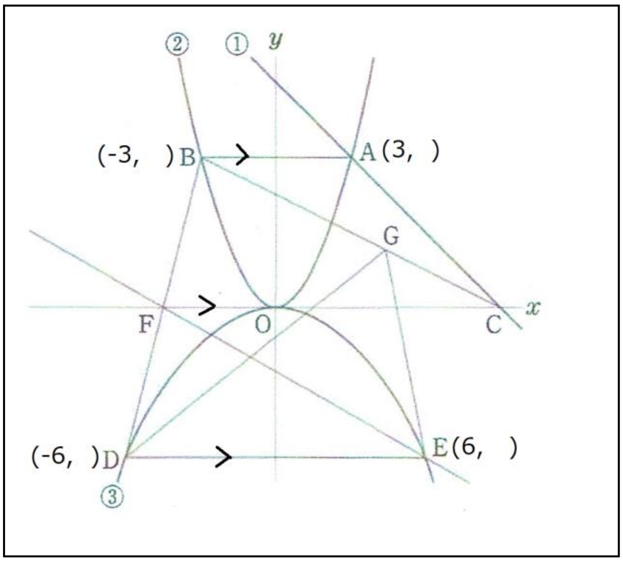
4．$n=-\frac{13}{6}$　　**5**．$n=-\frac{15}{7}$　　**6**．$n=-2$

(ウ)　次の $\boxed{}$ の中の「**お**」「**か**」「**き**」「**く**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

線分BC上に点Gを，三角形BDGと三角形DEGの面積が等しくなるようにとる。このときの，点Gの x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{おか}}}{\boxed{\text{きく}}}$ である。

＜問題文の解釈と図への追記＞

- A座標（3，？）、曲線②はY軸に対して線対称なので、B座標は（―3，？）
- AB // x軸、DE // x軸
- D座標（―6，？）、E座標（6，？）



問（ア）

曲線②の式 $y = ax^2$ のaの値として正しいものを次の1～6の中から1つ選び、その番号を答えなさい。

＜見通し＞

- aの値を求めるには、曲線②上のx、yの1組の値が必要

直線①にx＝3を代入すれば求められる

＜計算・解答＞

1．直線①の式 $y = -x + 9$ に、x＝3を代入して、yを求める。

$y = -3 + 9 = 6$

2．曲線②の式 $y = ax^2$ に、同曲線上の1組のx、y（3，6）を代入して計算する

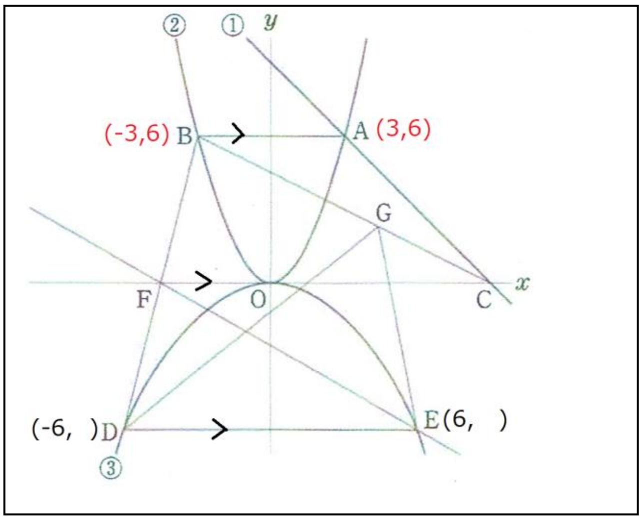
$6 = a3^2$　$6 = 9a$　$a = \frac{2}{3}$　答え：5.

問（イ）

直線EFの式を　y＝mx＋n　とするときの（ⅰ）mの値と、（ⅱ）nの値として正しいものを、それぞれ次の1～6の中から1つずつ選び、その番号を答えなさい。

＜見通し＞

- B座標（―3，6）と分かっている。
- D座標は曲線③の式に、Dのx座標を代入すれば、求まる。
- B座標、D座標からBDの直線の式がわかる。
- F座標も求まる。
- D座標からy軸線対称のE座標がわかる。
- E座標、F座標から直線EFの式が求められる。



＜計算・解答＞

1．曲線③の式　$y = -\frac{1}{6}x^2$　に、x＝―6を代入し、計算。

　y＝―6となるので、D座標（―6，―6）、E座標（6，―6）となる。

2．BDの式は

Y＝ax＋bの一般式に、B，Dのx、y座標を代入して連立方程式を解く。

B座標の値を代入すると　　6＝―3a＋b

D座標の値を代入すると　―6＝―6a＋b　から

a＝4，b＝18

3．F座標は

y＝4x＋18に、y＝0を代入して、$x=-\frac{9}{2}$

4．EFの式は

Y＝ax＋b　にE座標とF座標を代入して連立方程式を解く。

F座標の値を代入　$0=-\frac{9}{2}m + n$　‥　1式

E座標の値を代入　$-6=6m+n$

$6=-\frac{21}{2}m$　$m=\frac{12}{21}$　$m=-\frac{4}{7}$

1式に、$m=-\frac{4}{7}$ を代入して、$n=-\frac{18}{7}$

答え：（i）4　（ⅱ）1

問4（ウ）

次の□の中の「お」「か」「き」「く」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び、その数字を答えなさい。

線分BC上に点Gを、三角形BDGと三角形DEGの面積が等しくなるようにとる。このときの、点Gのx座標は $\dfrac{おか}{きく}$ である。

＜見通し＞

● 四角形BDEGを線分BC上の動点Gで2つの等積の三角形に分ける問題ととらえる。

● BEに補助線を引き、線分DGとの交点をPとする。

● BEに平行で、点Gを通る補助線をB‘E’とする。

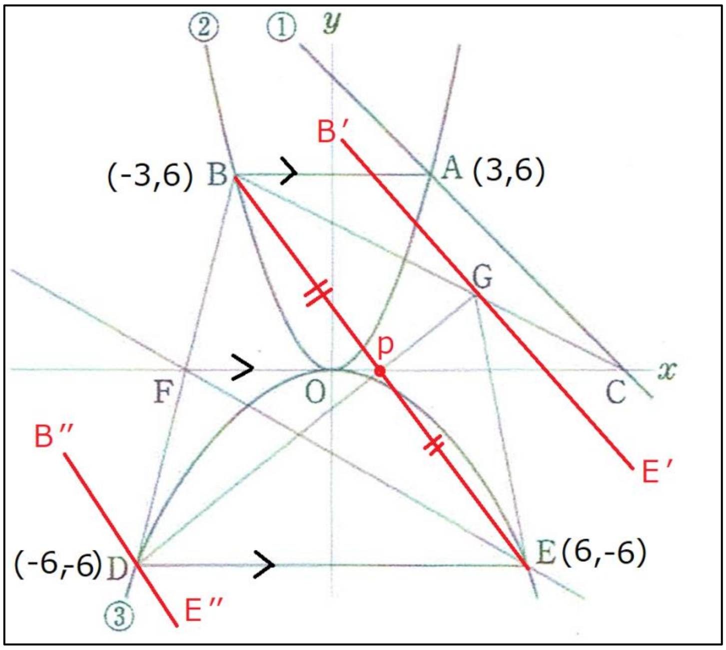
● BEに平行で、点Dを通る補助線をB“E”とする。

● すると、△BGPと△EGPは底辺同一（中点）であり、BE // B‘E’から高さも同一なので同一面積となる。

● また、△BDPと△DEPも底辺同一（中点）であり、BE // B“E”から高さも同一なので同一面積となる。

● このように、点Pが線分BEの中点を通るとき、四角形BDEGを2つの三角形に等積に分けることが確認できる。

● なので、P点を求め、さらに、DPと線分BCとの交点を求めることになる。



＜計算・解答＞

1.　P点の座標は

$$X = \frac{-3+6}{2} = \frac{3}{2},\quad y = \frac{6+(-6)}{2} = 0$$

2.　DPの一次式は、DとPの座標を代入して、連立方程式を解く。

D座標の代入　$-6 = -6a + b$

P座標の代入　$0 = \frac{3}{2}a + b$

計算すると　$-6 = -\frac{15}{2}a$　　$a = \frac{4}{5}$

$-6 = -6 \times \frac{4}{5} + b$　　$b = -\frac{6}{5}$

$y = \frac{4}{5}x - \frac{6}{5}$　‥　1式（直線DPの式）

3.　G座標は、直線BCと直線DPの延長線上の交点である。

はじめにCの座標を求めると

$y = -x + 9$　の　$y = 0$　のとき、$x = 9$　となる。

BCの式は、BとC座標から

Bの座標を代入すると　$6 = -3a + b$

Cの座標を代入すると　$0 = 9a + b$

連立方程式を解いて、

$6 = -12a$　　$a = -\frac{1}{2}$

bは　$6 = \frac{3}{2} + b$　で、$b = \frac{9}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$　‥　2式

1式と2式を、

$y = \frac{4}{5}x - \frac{6}{5}$ ‥ 1式

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ‥ 2式

10倍して、

$10y = 8x - 12$

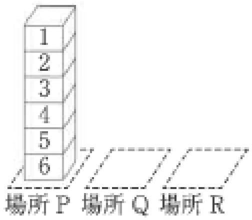
$10y = -5x + 45$ から、 $13x = 57$ 　$x = \frac{57}{13}$

答え: お:5　か:7　き:1　く:3

問5　右の図1のように，場所P，場所Q，場所Rがあり，場所Pには，1，2，3，4，5，6の数が1つずつ書かれた6個の直方体のブロックが，書かれた数の大きいものから順に，下から上に向かって積まれている。

大，小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数をa，小さいさいころの出た目の数をbとする。出た目の数によって，次の【操作1】，【操作2】を順に行い，場所P，場所Q，場所Rの3か所にあるブロックの個数について考える。

図1



【操作1】　aと同じ数の書かれたブロックと，その上に積まれているすべてのブロックを，順番を変えずに場所Qへ移動する。

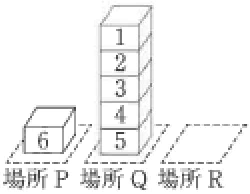
【操作2】　bと同じ数の書かれたブロックと，その上に積まれているすべてのブロックを，bと同じ数の書かれたブロックが場所P，場所Qのどちらにある場合も，場所Rへ移動する。

例

大きいさいころの出た目の数が5，小さいさいころの出た目の数が1のとき，$a=5$，$b=1$だから，

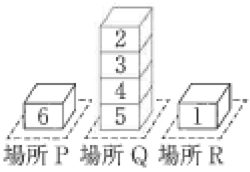
【操作1】　図1の，5が書かれたブロックと，その上に積まれているすべてのブロックを，順番を変えずに場所Qへ移動するので，図2のようになる。

図2



【操作2】　図2の，1が書かれたブロックを，場所Rへ移動するので，図3のようになる。

図3



この結果，3か所にあるブロックの個数は，場所Pに1個，場所Qに4個，場所Rに1個となる。

いま，図1の状態で，大，小2つのさいころを同時に1回投げるとき，次の問いに答えなさい。ただし，大，小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(ア)　次の$\boxed{}$の中の「け」「こ」「さ」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

ブロックの個数が3か所とも同じになる確率は$\dfrac{\boxed{け}}{\boxed{こさ}}$である。

(イ)　次の$\boxed{}$の中の「し」「す」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

3か所のうち，少なくとも1か所のブロックの個数が0個になる確率は$\dfrac{\boxed{し}}{\boxed{す}}$である。

問５
確率の問題というより、場合の数を求めることのほうが難しいですよね。
でも一番難しいのは日本語で書かれた問題文の理解かな。
数学の問題というより、国語の問題に近い感じさえします。

＜問題文の解釈と図などへの追記＞
●　問題文の内容を理解するのが難しい。
先に「例」を見ることをおすすめします。

●　問題文の理解しづらい点は、操作２の「bと同じ数の書かれたブロックが場所Ｐ、場所Ｑのどちらにある場合も、場所Ｒへ移動する」という部分です。
意味は、操作１では場所Ｐから場所Ｑへの移動だけだが、操作２では場所Ｑから場所Ｒへの移動に加えて、場所Ｐから場所Ｒへの移動があるということです。

操作１（大きいサイコロの出た目）　ブロックの移動（場所Ｐ　→　場所Ｑ）

操作２（小さいサイコロの出た目）　ブロックの移動（場所Ｑ　→　場所Ｒ）　か
（場所Ｐ　→　場所Ｒ）

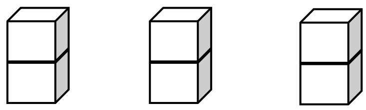
いま、図１の状態で、大、小２つのさいころを同時に１回投げるとき、つぎの問に答えなさい。ただし、大、小２つのさいころはともに、１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問題（ア）
次の□の中の「け」「こ」「さ」にあてはまる数字をそれぞれ０～９の中から１つずつ選び、その数字を答えなさい。

ブロックの個数が３か所とも同じになる確率は $\dfrac{\text{け}}{\text{こさ}}$ である。

＜見通し＞

● ブロックは６個なので、３箇所ともブロックが同じ数になるのは、
場所Ｐ、Ｑ、Ｒにブロックがそれぞれ２個ずつになる場合だけ。



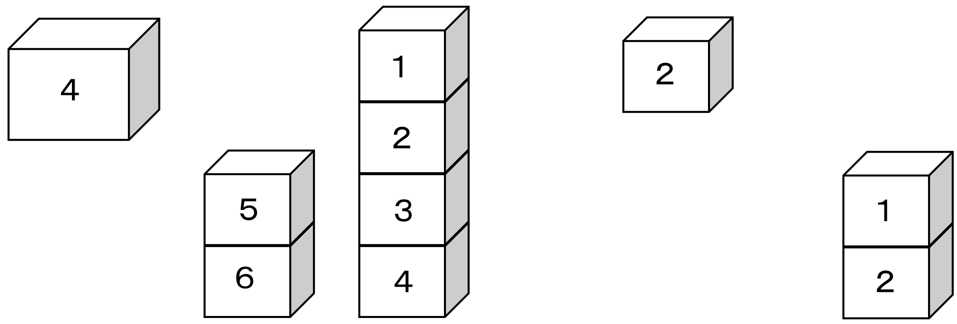
場所Ｐ　場所Ｑ　場所Ｒ

● ２個ずつになる場合を数えあげます。

＜計算・解答＞

1.　２個ずつになるのは、大きいさいころの目が「４」で、
　小さいさいころの目が「２」のとき。

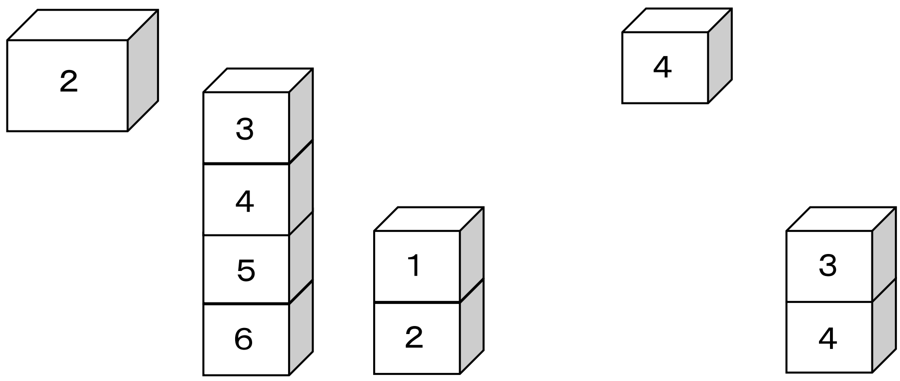
大きいサイコロの目　　　　　　　　　　　小さいサイコロの目



場所Ｐ　場所Ｑ　　　　　　　場所Ｒ

2.　気づきずらいと思いますが、
大きいさいころの目が「２」で、
小さいさいころの目が「４」のときも、
操作2のルールから、ブロックが場所P、Q、Rに2個ずつになります。

大きいサイコロの目　　　　　　　　　　　小さいサイコロの目



場所Ｐ　場所Ｑ　　　　　　　場所Ｒ

3.　ブロックの個数が3か所とも同じ数になる場合の数は2通りで、
さいころの目のすべての出方は36通りなので、

求める確率は、$\dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

答え:　け:１、 こ:１,　さ:８

問5（イ）
次の□の中の「し」「す」にあてはまる数字をそれぞれ0〜9の中から1ずつ選び、その数字を答えなさい。

3か所のうち、少なくとも1か所のブロックの個数が0個になる確率は $\dfrac{し}{す}$ である。

＜見通し＞

●「少なくとも1か所、0個」とは、この場合、
0個が1か所の場合、
0個が2か所の場合、
0個が3か所の場合　です。

● 2つのさいころの目の出方は36通りなので、求める確率は

$$\frac{\text{少なくとも1個所、0個の場合の数}}{36}$$

＜計算・解答＞

1．　少なくとも1か所、0個の場合の数

	場所P	場所Q	場所R	さいころの出目のパターン
0が1個	0個			・大きいさいころの目が「6」、 小さいさいころの目は何でもよい (6,1),(6,2),(6,3),(6,4).(6,5),(6,6) ・小さいさいころの目が「6」で 大きいさいころの目は何でもよい (1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6) ※(6,6)はカウントずみ
		0個		大きいさいころと小さいさいころが同じ目の場合 (5,5),(4,4),(3,3),(2,2),(1,1) ※(6,6)はカウントずみ
			0個	小さいさいころの目はかならず何か出るので、場所Rが0個になることはない
0が2個	0個	0個		※(6,6)でカウントずみ
	0個		0個	小さいさいころの目はかならず何か出るので、場所Rが0個になることはない
		0個	0個	小さいさいころの目はかならず何か出るので、場所Rが0個になることはない
0が3個	0個	0個	0個	小さいさいころの目はかならず何か出るので、場所Rが0個になることはない

2．　少なくとも1か所、0個の場合の数は、「16」通り

なので、求める確率は $\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

答え：　し：4，　す：9

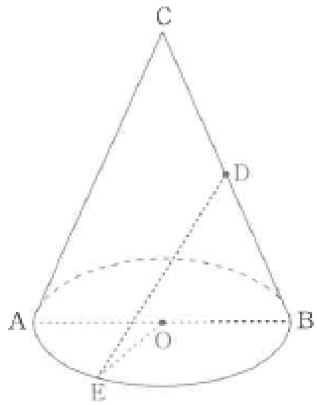
問6　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dは線分BCの中点である。

さらに，点Eは円Oの周上の点である。

AB＝8cm，AC＝10cm，∠AOE＝60°のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

図1



(ア)　この円すいの表面積として正しいものを次の**1**～**6**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1．24π cm²　　**2**．28π cm²
3．40π cm²　　**4**．48π cm²
5．56π cm²　　**6**．84π cm²

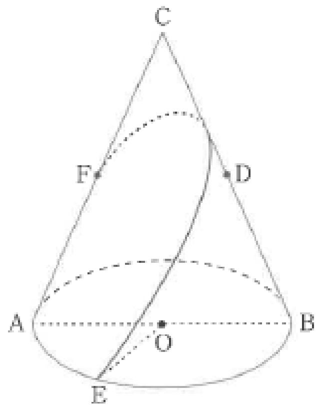
(イ)　この円すいにおいて，2点D，E間の距離として正しいものを次の**1**～**6**の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1．$\sqrt{43}$ cm　　**2**．7 cm
3．$5\sqrt{2}$ cm　　**4**．$\sqrt{57}$ cm
5．$3\sqrt{7}$ cm　　**6**．8 cm

(ウ)　次の$\boxed{}$の中の「せ」「そ」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

点Fが線分ACの中点であるとき，この円すいの側面上に，図2のように点Eから線分BCと交わるように，点Fまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さは$\boxed{せ}\sqrt{\boxed{そ}}$ cmである。

図2



問6

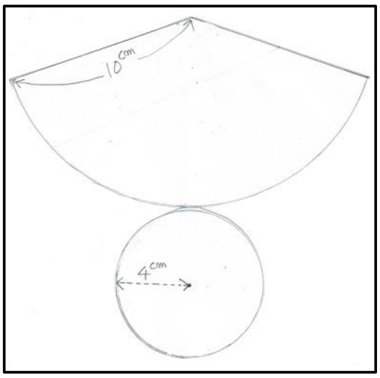
＜問題文の解釈と図などへの追記＞

- 点Dは、線分BCの中点
- AB＝8㎝
- AC＝10㎝
- ∠AOE＝60°
- 円周率：π

問題（ア）

この円すいの表面積として正しいものを次の1～6の中から1つ選び、その番号を答えなさい。

＜見通し＞



- 求めるもの： 円すいの表面積
  円すいの表面積＝ 側面積（扇形の面積）＋底面積
- 扇形の面積＝

$$\text{円の面積} \times \frac{\text{扇形の円周（＝底面の円周）}}{\text{円周}}$$

- 底面積＝ πr^2

＜計算・解答＞

1. 扇形の面積

（1）円の面積（πr^2）＝ $10^2\pi$

（2）円の円周（2πr）＝ 2x10π ＝20π

（3）底面の円周（2πr）＝ 2x4π ＝ 8π

$$100\pi \times \frac{8\pi}{20\pi} = 100\pi \times \frac{2\pi}{5\pi} = 40\pi$$

2. 底面積 $4^2\pi$ ＝ 16π

3. 円すいの表面積

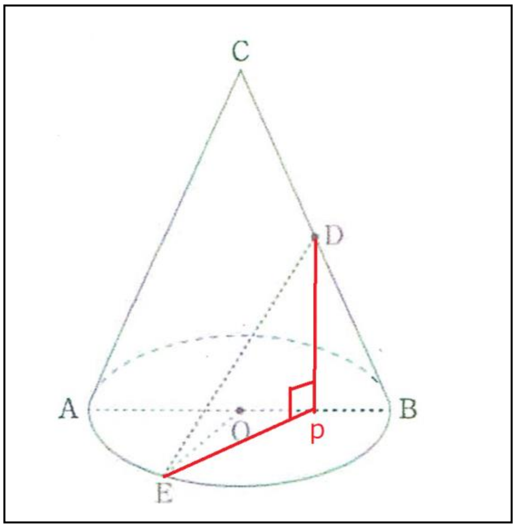
40π ＋ 16π ＝ 56π　　答え： 5.（56π ㎠）

問6（イ）
この円すいにおいて、２点D、E間の距離として正しいものを次の１～６の中から1つ選び、その番号を答えなさい。

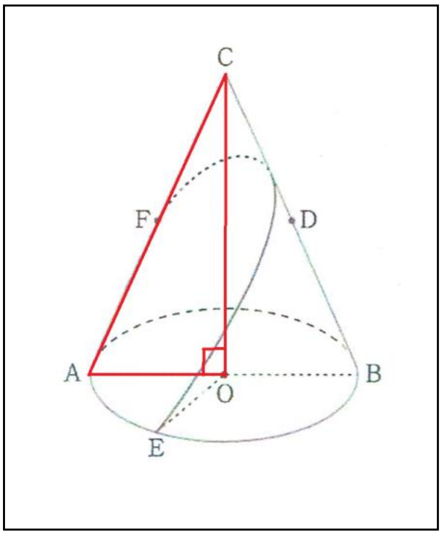
＜見通し＞

- 求めるもの：　DE間の距離
- DEは点線で描かれているように、立体の表面ではなく、立体の内部を通る直線。
- 具体的な長さを求める問題なので、三平方の定理などをも利用する。
  ということは、直角三角形を補助線などを使って描き、利用する。
- DEを求めるわけだから、Dから垂線をひき、底辺との交点を「P」とする。
- △DEPを考える。（下図：△DEP）
  DがBCの中点なので、DPはCO（図：ACOで計算）の半分の長さとわかる。
  なので、EPがわかれば、求めるDEがわかる。

図：△ＤＥＰ



図：△ＡＣＯ



● EPはつぎのようにすれば、求められる。

∠AOE＝60° とわかっているので、

Eから半径にむかって垂線をひき、その交点を「Q」とすると、

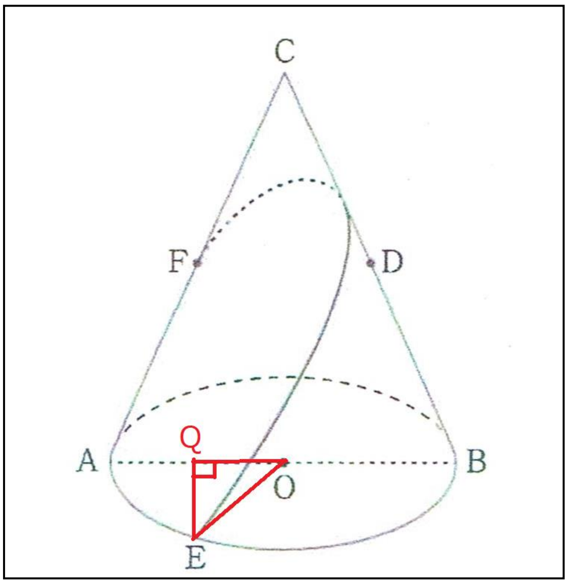
△EOQ（下図）は1：2：√3の特殊三角形となる。

EOが半径4㎝とわかっているので

OQ＝2㎝とわかる。

EQは△EOQが直角三角形なので、三平方の定理から求められる。

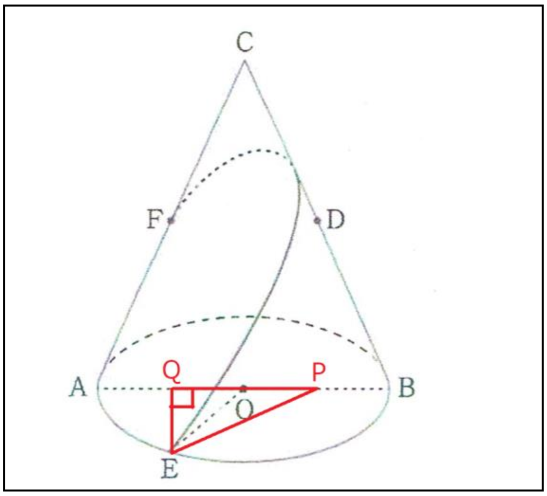
図：△ＥＯＱ



つぎに、OP＝2㎝（点PはBCの中点からの垂線）とわかっているので、

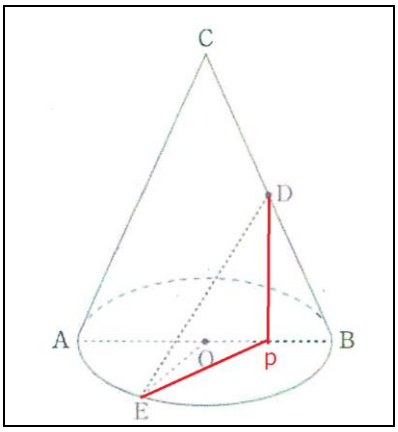
EPは、△EPQの直角三角形なので、三平方の定理から求められる。

図：△ＥＰＱ



● DPとEPがわかるので、△DEP（直角三角形）を使って、
三平方の定理から、最終的に求めるDEが求められる。

図：△ＤＥＰ

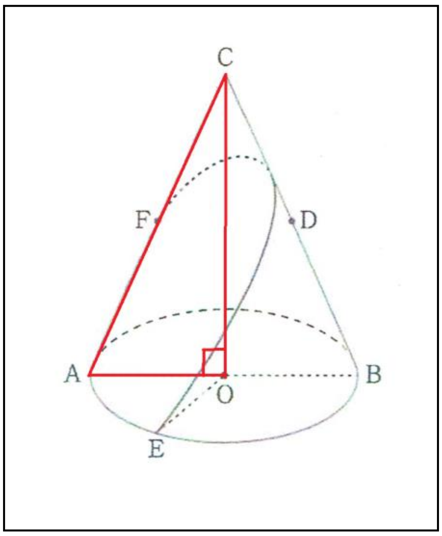


＜計算・解答＞

1．　COを求める

$$CO^2 = AC^2 - AO^2 = 100 - 16 = 2\sqrt{21}$$

図：△ＡＣＯ

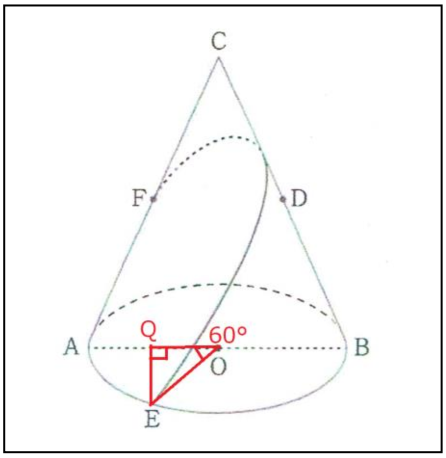


2．　DP　$\dfrac{CO}{2} = \sqrt{21}$

３．△EOQの各辺の長さを求める。
OE＝4㎝（底面の半径）
∠EOQ＝60°なので、△EOQは1：2：√3の特殊三角形。
なので、OQ＝2㎝。
三平方の定理から

$$EQ = OE^2 - OQ^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \quad 2\sqrt{3}$$

図：△ＥＯＱ



４．　△EPQの各辺の長さを求める。

EQ＝$2\sqrt{3}$

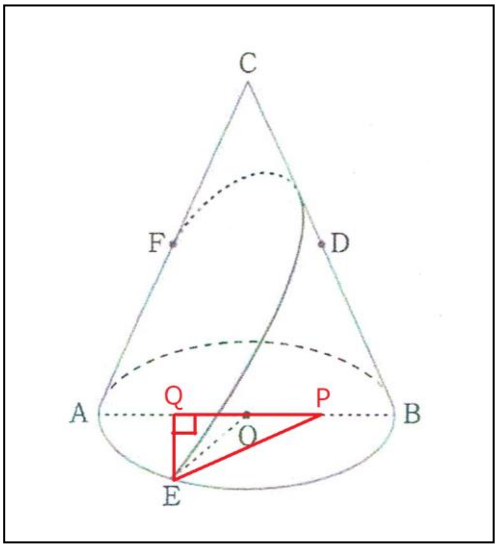
PQ＝　OQ（２㎝）＋OF（２㎝：半径４㎝の中点）

EPは、△EPQが直角三角形なので、三平方の定理から、

EP^2＝　PQ（4㎝）^{2}＋　EQ（$2\sqrt{3}$㎝）^{2}　＝　16＋12　＝　28

EP　＝　$2\sqrt{7}$

図：△ＥＰＱ



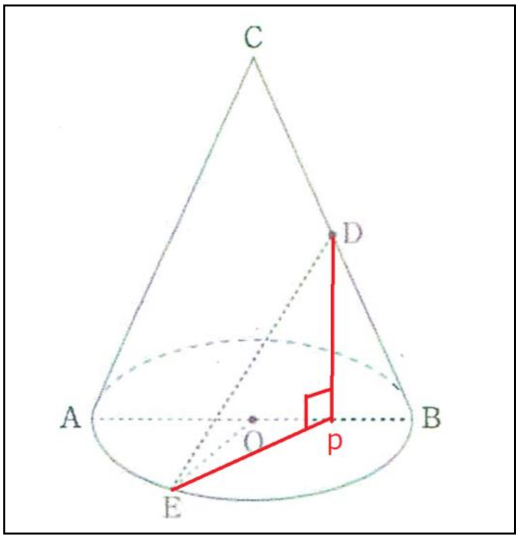
5. DPの長さ（CDの中点なので、COの半分の長さ）
DPはすでに2. で求めている。
DP $= \sqrt{21}$

6.　最終的に求めるDEの長さ

$DE^2 = DP^2 + EP^2 = \sqrt{21}^2 + 2\sqrt{7}^2 = 21 + 28 = 49$

DE $= 7$　　　　答え：2.（7㎝）

図：△ＤＥＰ



問6（ウ）
次の□の中の「せ」「そ」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び、その数字を答えなさい

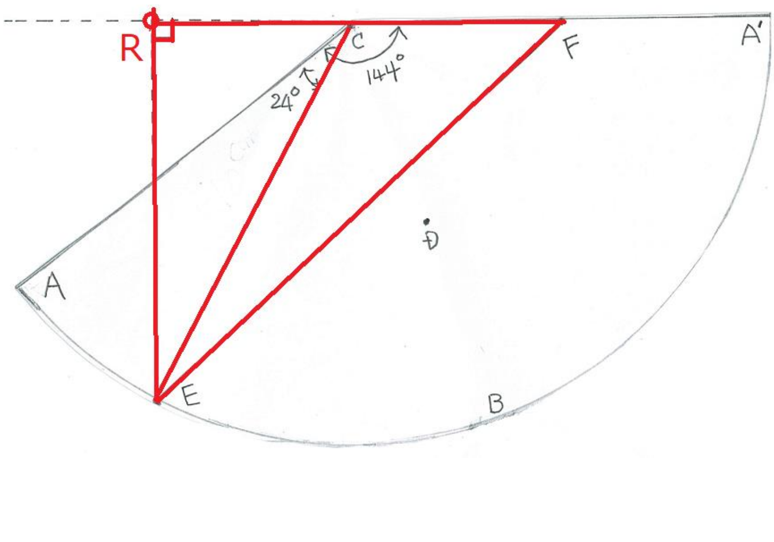
点Fが線分ACの中点であるとき、この円すいの側面上に、図2のように点Eから線分BCと交わるように、点Fまで線を引く。このような線のうち、長さが最も短くなるように引いた線の長さは「せ」$\sqrt{\text{そ}}$ cmである。

＜見通し＞

● はじめに、円すいの展開図を書いてみる。
扇形の中心角（∠ACA’）は、問（ア）で、円周と扇形の周の割合が5：2ともとめられているので、144°とわかる。
なお、いい加減な角度で展開図を書いてしまうと、補助線のイメージがわいてこないよ。

● EFは円すい上は曲線に見えるけれども、最短を求めるので、直線になるよ。
● EFは長さを求めるので、EFを含む直角三角形を、補助線を引いて見つける。
  EからA’Cの延長線上に垂線を引いてRとすると、直角△EFRが見えてくる。
● CFは母線 10 cmの半分5cmとわかっているので、CRがわかれば、EFがわかる。
● CRは∠ECRが60°なら、△CERが1：2：$\sqrt{3}$ の特殊三角形なので求まる。
  ∠ACEが24°なら、∠ACF＝144°なので、CRが求まり、答えが出せる。

図：問題６（ウ）展開図



＜計算・解答＞

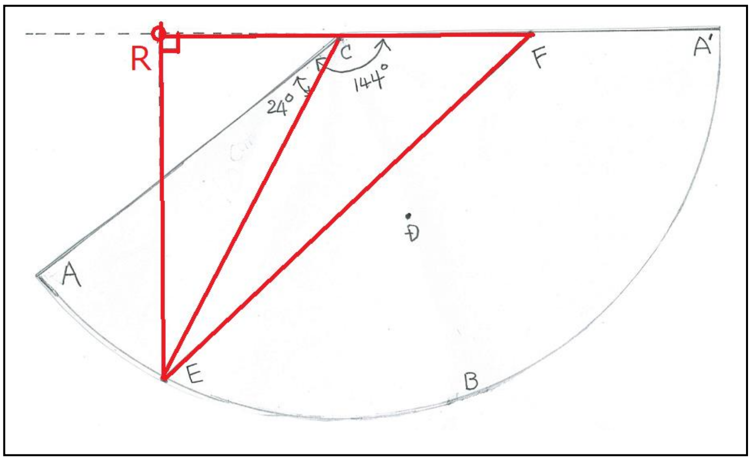
1．∠ACEを計算

扇形の中心角：∠ACE＝扇形の円周：弧AEの長さ

（1）弧AEの長さ

1）扇形の円周（8π） x $\frac{60}{360}$（∠AOE＝60°） ＝ $\frac{4}{3}\pi$

図：問題６（ウ）展開図



（2）∠ACE

144°：∠ACE（x） ＝ 8π： $\frac{4}{3}\pi$

192 ＝ 8πx　x＝24°

2．∠ACR＝ 180°―（144°―24°）＝60°

なので、△CERは1：2：$\sqrt{3}$ の特殊三角形

CEは半径で10㎝なので、CRは5㎝

3． ERの計算

△CERは直角三角形なので、三平方の定理で計算

ER^2＝CE$(10)^2$―CR$(5)^2$＝100―25＝75

ER＝$5\sqrt{3}$

4.　EFの計算
△EFRも直角三角形だから、三平方の定理で計算

$$EF^2＝FR^2＋ER^2$$

$$EF^2＝(5+5)^2＋5\sqrt{3}^2＝100＋75＝175$$

EF＝$5\sqrt{7}$

答え:　せ:5　、　そ:$\sqrt{7}$

＜超荒業＞
∠ACE＝24°を前提にして、上記＜計算・解答＞の1. の計算を省略して、
解答後、時間があまれば、＜計算・解答＞の1. の計算を行って、解答の正しさを確認する。

●∠ACE＝144°は解答の役にたちづらい角度。
●∠ACE＝24°になれば、特殊三角形になる。